CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA PE SECTOR, 25.02.2018 -

CLASA a XII-a
FILIERA teoretică - PROFIL uman

SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Enunţ subiect 1
La o pizzerie, s-au înregistrat vânzările unor produse, în două zile, astfel:

Nr. bucăți / Tipul de produs	Joi		Vineri	
	Pizza medie	Pizza mică	Pizza medie	Pizza mică
Capriciosa	160	20	150	15
Tonno	160	0	160	10
Margherita	0	0	160	5
Exotic	80	4	85	10

O pizza mică din orice sortiment costă 15 lei, iar una medie costă 20 lei.

a) (4p) Calculați, utilizând operațiile cu matrice, sumele totale încasate în cele două zile la un loc, pentru fiecare tip de pizza separat.
b) (3p) Calculați cu cât la sută au crescut încasările de vineri ale pizzeriei, în raport cu cele de joi. Rotunjiți rezultatul obținut până la o valoare întreagă.

Detalii rezolvare subiect 1	**Barem asociat**
a) Pentru Capriciosa: $\begin{pmatrix}160 & 20\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}150 & 15\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3500\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3225\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6725\end{pmatrix}$	**1p**
Pentru Tonno: $\begin{pmatrix}160 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}160 & 10\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3200\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3350\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6550\end{pmatrix}$	**1p**
Pentru Margherita: $\begin{pmatrix}0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}160 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3275\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3275\end{pmatrix}$	**1p**
Pentru Exotic: $\begin{pmatrix}80 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}85 & 10\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}20\\15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1660\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1850\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3510\end{pmatrix}$	**1p**
b) Suma totală încasată joi: 3500+3200+0+1660=8360 lei Suma totală încasată vineri: 3225+3350+3275+1850=11700lei	**1p**
Diferența: 11700 – 8360 = 3340 lei	**1p**
$3340=\frac{p}{100}\cdot 8360 \Rightarrow p\simeq 40\%$	**1p**

Enunţ subiect 2

Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$. Determinați $x,y\in\mathbb{R}$, știind că $A^3=3^x\cdot A^2+y\cdot A$.

Detalii rezolvare subiect 2	**Barem asociat**
$A^2=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&1&0\\2&0&2\end{pmatrix}$, $A^3=\begin{pmatrix}4&0&4\\0&1&0\\4&0&4\end{pmatrix}$	**2p**
$A^3=3^x\cdot A^2+y\cdot A \Leftrightarrow \begin{pmatrix}4&0&4\\0&1&0\\4&0&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot3^x+y&0&2\cdot3^x+y\\0&x+y&0\\2\cdot3^x+y&0&2\cdot3^x+y\end{pmatrix}$	**2p**
$\begin{cases}2\cdot3^x+y=4\\3^x+y=1\end{cases}\Rightarrow 3^x=3, y=-2\Rightarrow x=1, y=-2$	**3p**

Enunţ subiect 3

Se consideră matricele de forma $A(x,m)=\begin{pmatrix}2x&-101\\3&x^2-50m\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$, unde $x,m\in\mathbb{R}$.

a) (4p) Determinați valorile reale ale lui m, pentru care suma elementelor matricei $B(m)=A(1,m)+A(2,m)+......+A(100,m)$ este egală cu 3650.

b) (3p) Determinați valoarea minimă a urmei matricei $C(x)=A(x;0)\cdot A^t(x,0)$ pentru orice număr real x. Se notează cu $A^t(x,0)$ transpusa matricei $A(x;0)$. Se definește urma unei matrice pătratice ca fiind suma elementelor de pe diagonala principală.

Detalii rezolvare subiect 1	**Barem asociat**
a) $B(m)=\begin{pmatrix}100\cdot101&-100\cdot101\\300&50\cdot101\cdot67-5000m\end{pmatrix}$	**2p**
Suma elementelor	**1p**
m =67	**1p**
b) Urma matricei $C(x)$ este $4x^2+101^2+9+x^4$	**2p**
Valoarea minimă $=101^2+9$	**1p**

Enunț subiect 4

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2^{x^2+x} & \sqrt{7x-5} \\ 220 & \log_3(x+1)-\log_3(x-1) \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 16 & \frac{x+1}{4} \\ 1+2+...+10 & 0,25 \end{pmatrix}$, cu $x\in(1,+\infty)$. Determinați numărul x pentru care are loc egalitatea $A=4\cdot B$.

Detalii rezolvare subiect 4	**Barem asociat**
$\begin{cases} 2^{x^2+x}=2^6 (1) \\ \sqrt{7x-5}=x+1 (2) \\ \log_3(x+1)-\log_3(x-1)=1 (3) \\ 220=4(1+2+....+10) \end{cases}$	**2p**
Calculul sumei $1+2+....+10=55$	**1p**
Din relația $(1)\Rightarrow x\in\{-3;2\}$	**1p**
Din relația $(2)\Rightarrow x\in\{2;3\}$	**1p**
Din relația $(3)\Rightarrow x=2$ sau verificarea lui $x=2$ în relația (3)	**1p**
Soluția finală $x=2$	**1p**