



# CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



**ETAPA JUDEȚEANĂ**  
**18 martie 2017**

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

**Filiera Teoretică : profilul Uman**

**Clasa a X-a**

## BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

### Problema 1.

Rezolvați în  $\mathbf{R}$  ecuațiile:

- a)  $\log_2(\log_2(5x - 4)) = 1 + \log_2(\log_2 x)$   
 b)  $2^{\sqrt{\log_2(x+1)}} - 2 = 2 - (x + 1)^{\sqrt{\log_{x+1} 2}}$

#### Soluție:

a) Condiții de existență:

$$\begin{cases} 5x - 4 > 0 \\ \log_2(5x - 4) > 0. \text{ Obține } x \in (1, \infty) \\ \log_2 x > 0 \end{cases} \text{----- 1 pct.}$$

Scrive ecuația  $\log_2(\log_2(5x - 4)) = \log_2(2\log_2 x)$  ----- 1 pct.

Obține  $x^2 - 5x + 4 = 0$  ----- 1 pct.

Rezolvă și alege valoarea  $x = 4$  ----- 1 pct.

b) Condiții de existență:

$$\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \\ \log_2(x + 1) \geq 0 \end{cases} \text{ Obține } x > 0 \text{----- 1 pct.}$$

Notează  $\log_2(x + 1) = t, t \geq 0$

Obține  $x + 1 = 2^t$  și scrie ecuația  $2^{\sqrt{t}} - 2 = 2 - 2^{\sqrt{t}}$  ----- 1 pct.

Rezultă  $x = 1$  ----- 1 pct

### Problema 2.

Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

- a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict crescătoare pe  $\mathbf{R}$ .  
 b) Să se rezolve în  $\mathbf{R}$  ecuația  $f(x) = m, m \in \mathbb{R}$ . Discuție după valorile parametrului  $m$ .

#### Soluție:

- a) Explicitează funcția ----- 1 pct.  
 Studiază monotonia pe intervalul  $(-\infty, 0)$  ----- 1 pct.  
 Studiază monotonia pe intervalul  $(0, +\infty)$  ----- 1 pct.  
 Concluzie ----- 1 pct

- b) Rezolvă  $f(x) = m, x < 0$  și găsește  $x = \frac{m}{m+1}, m \in (-1, 0)$ . ----- 1,5 pct

Rezolvă  $f(x) = m, x \geq 0$  și găsește  $x = \frac{m}{1-m}, m \in [0,1)$  ----- 1,5 pct

**Problema 3.**

- a) Să se demonstreze că:  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = 4$ .  
 b) Să se rezolve ecuația:  $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = \sqrt{2}$ .

**Soluție:**

- a) Notează  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} = a$  și  $\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = b$  ----- 1 pct.  
 Deduce că  $a \cdot b = 2$  ----- 1 pct.  
 Notează  $a+b=t$  și obține ecuația  $t^3 - 6t - 40 = 0$  ----- 1 pct.  
 Obține  $t = 4$  ----- 1 pct.  
 b) Obține condiția de existență  $x \in [5,7]$  ----- 1 pct.  
 Rezultă  $(7-x)(x-5) = 0$  ----- 1 pct.  
 Rezultă  $x = 5$  sau  $x = 7$  ----- 1 pct.

**Problema 4.**

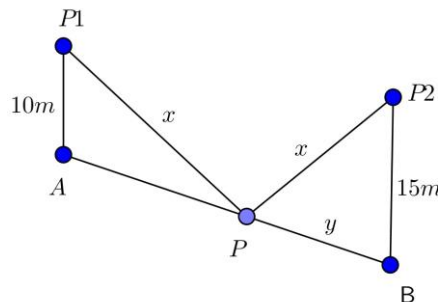
a) Sisif cară în fiecare zi câte o piatră din vârful unui munte. În prima zi i-au fost necesare 7 ore urcând și coborând.

A doua zi a petrecut 8 ore urcând și coborând. În fiecare zi urcă de două ori mai încet decât în ziua precedentă, dar coboară de două ori mai repede. Cât timp va munci în cea de-a treia zi?

b) Pe cele două maluri a ale unui râu se află doi palmieri înalți de 10m, respectiv 15m. Distanța dintre ei este de 25m. În vârful fiecărui palmier stă câte o pasăre. La un moment dat, la suprafața râului, pe linia ce unește palmierii apare un pește situat la distanțe egale cu cele două păsări. La ce distanță de palmierul cel mai înalt a apărut peștele?

**Soluție:**

- a) Notează  $x$  – timpul de urcare în prima zi și cu  $(7-x)$  timpul de coborâre ----- 1 pct.  
 A doua zi timpul de urcare este  $2x$  și de coborâre este  $8-2x$  ----- 1 pct.  
 Din  $8 - 2x = \frac{7-x}{2}$  obține  $x = 3$  ----- 1 pct.  
 A treia zi obține timpul de urcare 12 ore și de coborâre 1oră (așadar a treia zi muncește 13 ore)----- 1 pct.  
 b) Desen ----- 1 pct.



Așadar  $x^2 = y^2 + 15^2$  și  $x^2 = 10^2 + (25 - y)^2$  ----- 1 pct.  
 Rezultă  $y = 10$  ----- 1 pct.