

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”  
– ETAPA PE SECTOR, 19.02.2017 -**

**CLASA a IX-a**

**FILIERA tehnologică - PROFIL tehnic – toate specializările profesionale; PROFIL servicii**

**SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE**

**Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.**

**Enunț subiect 1**

Trei frați au economisit câte o sumă de bani fiecare. Ei observă că au împreună 210 lei și că sumele lor reprezintă trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice: primul număr este suma de bani a celui mai mic dintre frați, al doilea număr este suma de bani a celui mijlociu, iar al treilea număr este suma celui mai mare dintre frați.

După ce cel mai mic dintre frați mai primește 30 de lei, mijlociul încă 50 de lei, iar cel mai mare mai primește încă 130 de lei, ei observă că noile sume avute reprezintă trei termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

- a) Aflați suma de bani avută la început de fratele mijlociu.  
b) Aflați suma de bani avută de mezinul familiei la final.

<b>Detalii rezolvare subiect 1</b>	<b>Barem asociat</b>
a) $a, b, c$ - sumele deținute inițial de mezin, mijlociu și, respectiv, fratele cel mare $a + b + c = 210$ și $2b = a + c$	2p
$b = 70$ lei.	1p
b) $(b + 50)^2 = (a + 30)(c + 130)$ $c = 140 - a$ Obținerea ecuației $a^2 - 240a + 6300 = 0$	2p
$a = 30$ sau $a = 210$ care nu convine	1p
Suma finală a mezinului este $30 + 30 = 60$ lei.	1p

**Enunț subiect 2**

Se consideră numerele  $x = 2^{3^4}$ ,  $y = 3^{4^2}$  și  $z = 4^{2^3}$ .

- a) Ordonăți crescător numerele  $x$ ,  $y$  și  $z$ .  
b) Calculați media geometrică a numerelor  $x$  și  $z$ .

<b>Detalii rezolvare subiect 2</b>	<b>Barem asociat</b>
a) $z < x$ , $z < y$ , $y < x$ , $z < y < x$ .	1+1+1+1p
b) $m_g = \sqrt{x \cdot z} = \sqrt{2^{3^4} \cdot 4^{2^3}}$	1p
$m_g = 2^{48} \sqrt{2}$	2p

**Enunț subiect 3**

Demonstrați că pentru orice număr natural  $n$ , este adevărată propoziția:

$10^n + 18n - 28$  este divizibil cu 27.

Detalii rezolvare subiect 3	Barem asociat
Verificarea pentru $n=0$	1p
Scrierea lui $P(k)$ și a lui $P(k+1)$	2p
Demonstrarea implicației $P(k) \Rightarrow P(k+1)$	4p

**Enunț subiect 4**

Fie  $ABCDEF$  un hexagon regulat. Se notează  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$  și  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ .

a) Exprimați în funcție de vectorii  $\vec{a}$  și  $\vec{b}$  suma vectorială  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$ .

b) Dacă latura hexagonului este de lungime 1, calculați  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}|$ .

Detalii rezolvare subiect 4	Barem asociat
a) $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC} = 2\vec{b}$	1p
$\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{BA} = 2\vec{a}$	1p
Dacă se notează cu $O$ punctul de intersecție a diagonalelor $AD, BE, CF$ , $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BO} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = 2(\vec{a} + \vec{b})$ , aplicând regula paralelogramului în $ABCO$	1p
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 4(\vec{a} + \vec{b})$	1p
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 4(\vec{a} + \vec{b}) = 4\overrightarrow{BO}$	1p
Din proprietățile hexagonului regulat, $ \overrightarrow{BO}  = 1$	1p
$ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}  = 4 \overrightarrow{BO}  = 4$	1p