

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA PE SECTOR, 19.02.2017 -**

CLASA a X-a

FILIERA tehnologică - PROFIL tehnic – toate specializările profesionale; PROFIL servicii

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Enunț subiect 1

Se consideră expresia $E(x) = \log_2(x^2 + x - 6)$.

a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care există expresia $E(x)$.

b) Calculați $E(a+1) - E(a^2) + E(a)$, unde $a = \lg \frac{1000}{999} + \lg \frac{999}{998} + \dots + \lg \frac{3}{2} + \lg \frac{2}{1}$.

Detalii rezolvare subiect 1	Barem asociat
a) $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$	2p
b) $a = 3$	2p
$E(a+1) - E(a^2) + E(a) = 0$	3p

Enunț subiect 2

O furnică urcă și coboară în fiecare zi o movilă. În prima zi a urcat și a coborât în 17 minute. A doua zi a urcat și a coborât în 22 minute. În fiecare zi urcă de două ori mai încet și coboară de două ori mai repede decât în ziua precedent. În a câta zi drumul va dura 73 minute?

Detalii rezolvare subiect 2	Barem asociat
$u = 9$ min, $c = 8$ min, unde u, c reprezintă timpul de urcare, respective de coborâre din prima zi	2p
$2^n \cdot u + \frac{c}{2^n} = 73$ (în ziua $n+1$)	3p
Răspuns final: ziua a patra ($n = 3$)	2p

Enunț subiect 3

a) Verificați dacă $3 \in (\log_3 5; \sqrt{15})$.

b) Determinați mulțimea $(\log_3 5; \sqrt{15}) \cap \mathbb{Z}$.

Detalii rezolvare subiect 3	Barem asociat
a) $\log_3 5 < \log_3 27 = 3$	1p
$3 = \sqrt{9} < \sqrt{15}$	1p

$3 \in (\log_3 5; \sqrt{15})$	1p
b) $1 < \log_3 5 < 2$	1p
$3 < \sqrt{15} < 4$	1p
Rezultat final: $\{2, 3\}$.	2p

Enunț subiect 4

Se consideră numerele complexe $z_k = k + 1 + k \cdot i$, cu $k \in \mathbb{N}$.

a) Pentru $z = z_1 - \overline{z_2} + z_3 - \overline{z_4}$, arătați că numărul $[\operatorname{Re}(z)]^2 + [\operatorname{Im}(z)]^2$ este divizibil cu 13.

b) Aflați $n \in \mathbb{N}$ dacă $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 209 + 190i$.

Detalii rezolvare subiect 4	Barem asociat
a) $z = z_1 - \overline{z_2} + z_3 - \overline{z_4} = -2 + 10i$	1p
$[\operatorname{Re}(z)]^2 + [\operatorname{Im}(z)]^2 = 104 = 13 \cdot 8 : 13$	2p
b) $z_1 + z_2 + \dots + z_n = (2 + 3 + \dots + n + 1) + (1 + 2 + \dots + n)i = \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 \right) + \frac{n(n+1)}{2}i$	2p
$\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 = 209, \frac{n(n+1)}{2} = 190$	1p
$n = 19$	1p